Inspection d'Académie de Kédougou	*DEVOIR N^O1 :*	Année scolaire : 2022/2023
Lycée Technique Industriel et Minier de Kédougou	**DE MATHÉMATIQUES**	Classe : Seconde STIDD Durée : 3H

Exercice 1 **(6 pts)**

1. On donne $A = 2\sqrt{20} - \frac{1}{5}\sqrt{\frac{80}{9}} + \frac{3}{7}\sqrt{\frac{245}{16}} + \frac{\sqrt{45}}{18}$ $\quad B = \dfrac{4 - \frac{2}{5} + \frac{4}{3}}{2 + \frac{4}{5} - \frac{2}{3}}$;

   $C = \dfrac{12^3 \times 7^4 \times 0,8 \times 10^{-5}}{3^4 \times 2^5 \times 14^2 \times 0,002}$ et $D = \dfrac{(a^3 \times b^5)^{-2} \times a^5}{a^3 \times b^5}$

   Donner l'écriture simplifiée de A , B , C et D **(1pt+1pt+1pt+0.5pt)**

2. On donne $m = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} - \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$
   (a) Déterminer le signe de m **(0.5pt)**
   (b) Calculer m^2 ; en déduire la valeur exacte de m. **(0.5pt+0.5pt)**

3. Soit a un réel ; montrer que $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} - \left[\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] = 2a$ **(1pt)**

Exercice 2 **(5pts)**

Soient a et b des réels non nuls

1. (a) Démontrer que $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{(a-b)^2}{ab}$. **(0.75pt)**
   (b) En déduire que si a et b sont de même signe alors $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ **(0.75pt)**
2. (a) Développer $(a+b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$. **(0.75pt)**
   (b) En déduire que si a et b sont de même signe alors $(a+b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \geq 4$. **(0.75pt)**
3. On pose $a + \frac{1}{a} = 3$. Calculer $a^2 + \frac{1}{a^2}$ et $a^3 + \frac{1}{a^3}$. **(0.5 pt + 0.5 pt)**
4. On suppose maintenant que a et b sont strictement positifs, montrer alors que $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ **(1pt)**

Exercice 3 **(3pts)**

1. Soit n un entier naturel non nul
   (a) Montrer que $1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n-1}{n} \times \frac{n+1}{n}$ **(0.5pt)**
   (b) En utilisant le résultat en (a) , calculer $(1 - \frac{1}{2^2}) \times (1 - \frac{1}{3^2}) \times \ldots\ldots.. \times (1 - \frac{1}{100^2})$ **(1pt)**

2. Soit n un entier naturel :
   (a) Rendre rationnel les dénominateurs des nombres suivants : $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$; $\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ **(0.5pt)**
   (b) En déduire la simplification de $T = \dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots\dots \dfrac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$ **(1pt)**

Exercice 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

   $a)$ $|-2x+3| = 5$ $b)$ $|1-\frac{x}{3}| = \frac{x}{2}-2$ $c)$ $|x-1| - |4x-2| = 0$

   $h)$ $\sqrt{(2x+1)^2} = \sqrt{(x+3)^2}$ **(0.75pt+0.75pt+0.75pt+0.75pt)**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
   $a)$ $|x-\frac{3}{2}| \geq \frac{1}{2}$ $b)$ $|3x-8| \leq 7$ $c)$ $|3x-2| < -2022$ $d)$ $\sqrt{(2x-1)^2} < 2$
   (0.75pt+0.75pt+0.75pt+0.75pt)